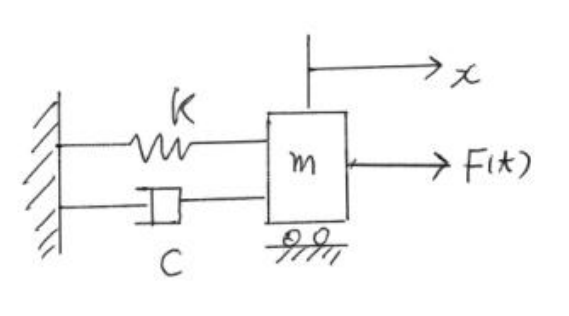
Prelab # 11

Date: 2021.12.01

Student ID: 21600158

Name: **김진관**

**1. 여러 계에 대하여 동역학 수식을 구하고, 외력 대한 시스템의 변위 의 응답을 유도하고, 공진현상을 설명하라. (이 계는 underdamped 임을 가정함)**

******

**Figure1. M-C-K System**

위 시스템에 대한 운동방정식을 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

2차 시스템에 대한 일반식으로 식 (1)을 식 (3)으로 나타낼 수 있다.

Figure 1의 시스템은 강제진동이기 때문에, General Solution을 다음과 같이 구할 수 있다.

특수해를 구하기 위해서, 다음과 같은 가정을 하겠다.

삼각함수의 편의성을 위해 덧셈정리를 통해 정리한다.

라 가정하였을 때,

가정한 특수해에 대해서 미분하여 시스템 방정식에 대입할 수 있다.

로 나누어 정리하면 두개의 식이 도출되어진다.

C와 D로 다시 묶어 정리할 수 있다.

C와 D를 풀기 위해서 C,D에 대한 연립방정식을 푼다.

역행렬을 계산하여 C, D는 다음과 같다.

C, D를 구했으니 앞에서 정의한 와 를 아래와 같이 정의할 수 있다.

와 가 정의되었으므로, 앞서 정의한 특수해는 다음과 같다.

General Solution에서 을 구하기 위한 가 정의되었으므로, Homogenous solution을 구하여 x를 구한다. 2차 미분방정식에 대한 는 아래와 같이 정의되고, 초기 값에 따라서 다음의 해를 가진다.

위의 초기 값에 따라 변수 C1, C2를 구하고, Total Solution을 정의할 수 있다.

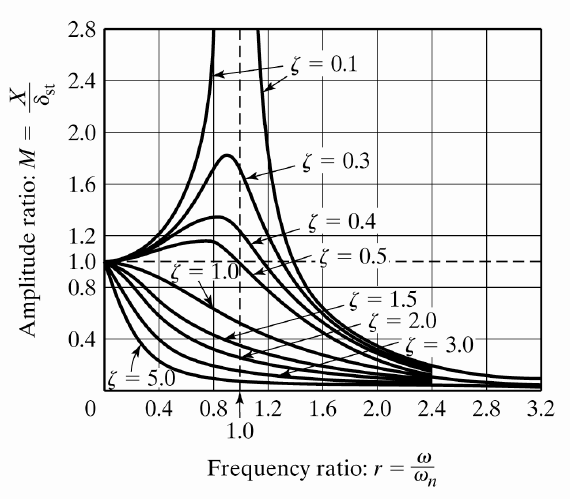
**2. Explain the resonance**

앞서 1번에서 구한 x의 해는 Homogenous해와 특수해가 결합 되어있는 형태이다. 특수해 부분의 해는 강제응답에 의해서 구해진 해이기 때문에, 공진현상을 설명할 수 있다. 공진이란 특정 진동수(고유주파수 영역)에서 큰 진폭으로 진동하는 현상을 의미한다. 즉, 고유진동수와, 입력진동수의 위상이 같을 때 잘 발생한다. 특수해를 통해서 수식으로 공진을 설명하겠다.

의 앞 진폭으로 붙어있는 항을 Magnification Factor라고 한다. 다음 Factor를 으로 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

다음 수식에서 미분하여 나타내보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

감쇠비가 0이 되었을 때 이 되어 공진이 발생한다. 즉, 입력 진동과 고유진동수가 같을 때, 또, 감쇄비가 0이 되었을 때, 공진현상이 발생한다.



다음 그림으로 위에서 수식적으로 증명한 것을 확인할 수 있다.

**3. Appendix**

1. S.S.Rao, “Mechanical Vibrations,” Pearson, 6th edition, pp.190-313, 2018
2. Jei, Y.G, “Mechanical Vibration : CH3 Forced Vibration of Single DOF Systems”, Handong Global University, pp.4-12